PRUEBAS NO PARAMÉTRICAS

Se denominan pruebas no paramétricas aquellas que no presuponen una distribución de probabilidad para los datos, por ello se conocen también como de distribución libre (distribution free). En la mayor parte de ellas los resultados estadísticos se derivan únicamente a partir de procedimientos de ordenación y recuento, por lo que su base lógica es de fácil comprensión. Cuando trabajamos con muestras pequeñas (n < 10) en las que se desconoce si es válido suponer la normalidad de los datos, conviene utilizar pruebas no paramétricas, al menos para corroborar los resultados obtenidos a partir de la utilización de la teoría basada en la normal.

En estos casos se emplea como parámetro de centralización la mediana, que es aquel punto para el que el valor de X está el 50% de las veces por debajo y el 50% por encima.

Prueba de Friedman

En estadística la prueba de Friedman es una prueba no paramétrica desarrollado por el economista Milton Friedman. Equivalente a la prueba ANOVA para medidas repetidas en la versión no paramétrica, el método consiste en ordenar los datos por filas o bloques, reemplazándolos por su respectivo orden. Al ordenarlos, debemos considerar la existencia de datos idénticos.

Método

1. Sea $\{x_{ij}\}_{m\times n}$ una tabla de datos, donde m son las filas (*bloques*) y n las columnas (*tratamientos*). Una vez calculado el orden de cada dato en su bloque, reemplazamos la tabla original con otra $\{r_{ij}\}_{m\times n}$ donde el valor r_{ij} es el orden de x_{ij} en cada bloque i.
2. Cálculo de las varianzas intra e inter grupo:
   - $SS_t = n\sum_{j=1}^{m}(\bar{r}_j - \bar{r})^2$,
   - $SS_e = \frac{1}{m(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(r_{ij} - \bar{r})^2$
   - $\bar{r}_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} r_{ij}$
   - $\bar{r} = \frac{1}{mn}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} r_{ij}$
3. El estadístico viene dado por $Q = \frac{SS_t}{SS_e}$.
4. El criterio de decisión es $\mathbf{P}(\chi^2_{n-1} \geq Q)$.

Prueba de Kruskal-Wallis

En estadística, la **prueba de Kruskal-Wallis** (de William Kruskal y W. Allen Wallis) es un método no paramétrico para probar si un grupo de datos proviene de la misma población. Intuitivamente, es idéntico al ANOVA con los datos reemplazados por categorías. Es una extensión de la prueba de la U de Mann-Whitney para 3 o más grupos.

Ya que es una prueba no paramétrica, la prueba de Kruskal-Wallis no asume normalidad en los datos, en oposición al tradicional ANOVA. Sí asume, bajo la hipótesis nula, que los datos vienen de la misma distribución. Una forma común en que se viola este supuesto es con datos heterocedásticos.

Método

1. El estadístico está dado por: $K = (N-1)\frac{\sum_{i=1}^{g} n_i(\bar{r}_{i\cdot} - \bar{r})^2}{\sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n_i}(r_{ij} - \bar{r})^2}$, donde:
   - n_i es el número de observaciones en el grupo i
   - r_{ij} es el rango (entre todas las observaciones) de la observación j en el grupo i
   - N es el número total de observaciones entre todos los grupos
   - $\bar{r}_{i\cdot} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} r_{ij}}{n_i}$,
   - $\bar{r} = (N+1)/2$ es el promedio de r_{ij}.

   Note que el denominador de la expresión para K es exactamente $\frac{(N-1)N(N+1)}{12}$.

   Luego $K = \frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{g} n_i(\bar{r}_{i\cdot} - \bar{r})^2$.

2. Se puede realizar una corrección para los valores repetidos dividiendo K por $1 - \frac{\sum_{i=1}^{G}(t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}$, donde G es el número de grupos de diferentes rangos repetidos, y t_i es el número de observaciones repetidas dentro del grupo i que tiene observaciones repetidas para un determinado valor. Esta corrección hace cambiar a K muy poco al menos que existan un gran número de observaciones repetidas.

3. Finalmente, el *p-value* (valor *p*) es aproximado por $\Pr(\chi^2_{g-1} \geq K)$. Si algún *ni* es pequeño (>5) la distribución de *K* puede ser distinta de la chi-cuadrado.

Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

La **prueba de los rangos con signo de Wilcoxon** es una prueba no paramétrica para comparar el rango medio de dos muestras relacionadas y determinar si existen diferencias entre ellas. Se utiliza como alternativa a la prueba t de Student cuando no se puede suponer la normalidad de dichas muestras. Debe su nombre a Frank Wilcoxon, que la publicó en 1945.[1] Es una prueba no paramétrica de comparación de dos muestras relacionadas y por lo tanto no necesita una distribución específica. Usa más bien el nivel ordinal de la variable dependiente. Se utiliza para comparar dos mediciones relacionadas y determinar si la diferencia entre ellas se debe al azar o no (en este último caso, que la diferencia sea estadísticamente significativa).

Se utiliza cuando la variable subyacente es continua pero no se presupone ningún tipo de distribución particular.

Planteamiento

Suponga que se dispone de *n* pares de observaciones, denominadas (*xi*,*yi*) . El objetivo del test es comprobar si puede dictaminarse que los valores *xi* e *yi* son o no iguales.

Suposiciones

1. Si , $z_i = y_i - x_i$ entonces los valores *zi* son independientes.
2. Los valores *xi* e *yi* tienen una misma distribución continua y simétrica respecto a θ.

Método

La hipótesis nula es H_0:: $\theta = 0$ Retrotrayendo dicha hipótesis a los valores *xi*,*yi* originales, ésta vendría a decir que son en cierto sentido del mismo tamaño.

Para verificar la hipótesis, en primer lugar, se ordenan los valores absolutos $|z_1|, \ldots, |z_n|$ y se les asigna su rango *Ri*. Entonces, el estadístico de la prueba de los signos de Wilcoxon, W^+, es

$$W^+ = \sum_{z_i > 0} R_i ,$$

es decir, la suma de los rangos *Ri* correspondientes a los valores positivos de *zi*.

La distribución del estadístico W^+ puede consultarse en tablas para determinar si se acepta o no la hipótesis nula.

En ocasiones, esta prueba se usa para comparar las diferencias entre dos muestras de datos tomados antes y después del tratamiento, cuyo valor central se espera que sea cero. Las diferencias iguales a cero son eliminadas y el valor absoluto de las desviaciones con respecto al valor central son ordenadas de menor a mayor. A los datos idénticos se les asigna el lugar medio en la serie. La suma de los rangos se hace por separado para los signos positivos y los negativos. *S* representa la menor de esas dos sumas. Comparamos *S* con el valor proporcionado por las tablas estadísticas al efecto para determinar si rechazamos o no la hipótesis nula, según el nivel de significación elegido.

Prueba U de Mann-Whitney

En estadística la **prueba de la U de Mann-Whitney** (también llamada **de Mann-Whitney-Wilcoxon**, **prueba de suma de rangos Wilcoxon**, o **prueba de Wilcoxon-**

Mann-Whitney) es una prueba no paramétrica aplicada a dos muestras independientes. Es la versión no paramétrica de la habitual prueba t de Student.

Fue propuesto inicialmente en 1945 por Frank Wilcoxon para muestras de igual tamaños y extendido a muestras de tamaño arbitrario como en otros sentidos por Henry B. Mann y D. R. Whitney en 1947.

Planteamiento de la prueba

La prueba de Mann-Whitney se usa para comprobar la heterogeneidad de dos muestras ordinales. El planteamiento de partida es:

1. Las observaciones de ambos grupos son independientes.
2. Las observaciones son variables ordinales o continuas.
3. Bajo la hipótesis nula, la distribución de partida de ambos grupos es la misma: P(X > Y) = P(Y > X)
4. Bajo la hipótesis alternativa, los valores de una de las muestras *tienden a exceder* a los de la otra: $P(X > Y) + 0.5\ P(X = Y) > 0.5$.

Cálculo del estadístico

Para calcular el estadístico *U* se asigna a cada uno de los valores de las dos muestras su rango para construir

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$$

donde n_1 y n_2 son los tamaños respectivos de cada muestra; R_1 y R_2 es la suma de los rangos de las observaciones de las muestras 1 y 2 respectivamente.

El estadístico *U* se define como el mínimo de U_1 y U_2.

Los cálculos tienen que tener en cuenta la presencia de observaciones idénticas a la hora de ordenarlas. No obstante, si su número es pequeño, se puede ignorar esa circunstancia.

Distribución del estadístico

La prueba calcula el llamado estadístico *U*, cuya distribución para muestras con más de 20 observaciones se aproxima bastante bien a la distribución normal.

La aproximación a la normal, *z*, cuando tenemos muestras lo suficientemente grandes viene dada por la expresión:

$$z = (U - m_U)/\sigma_U$$

Donde m_U y σ_U son la media y la desviación estándar de *U* si la hipótesis nula es cierta, y vienen dadas por las siguientes fórmulas:

$$m_U = n_1 n_2 / 2.$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}.$$

Prueba χ^2 de Pearson

La prueba χ^2 de Pearson se considera una prueba no paramétrica que mide la discrepancia entre una distribución observada y otra teórica (bondad de ajuste), indicando en qué medida las diferencias existentes entre ambas, de haberlas, se deben al azar en el contraste de hipótesis. También se utiliza para probar la independencia de dos variables entre sí, mediante la presentación de los datos en tablas de contingencia.

La fórmula que da el estadístico es la siguiente:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\text{observada}_i - \text{teorica}_i)^2}{\text{teorica}_i}$$

Cuanto mayor sea el valor de X^2, menos verosímil es que la hipótesis nula (que asume la igualdad entre ambas distribuciones) sea correcta. De la misma forma, cuanto más se aproxima a cero el valor de chi-cuadrado, más ajustadas están ambas distribuciones.

Los grados de libertad gl vienen dados por :

$$gl = (r - 1)(k - 1)$$

Donde *r* es el número de filas y *k* el de columnas.

- Criterio de decisión:

No se rechaza *H0* cuando $X^2 < X^2 t\ ((r - 1\ (k - 1))$. En caso contrario sí se rechaza.

Donde *t* representa el valor proporcionado por las tablas, según el nivel de significación estadística elegido.